

## Triangolo isoscele circoscritto ad una circonferenza

Si traccia il raggio (EF) della circonferenza inscritta in modo che sia perpendicolare al lato AC.

La relazione tra altezza del triangolo e raggio della circonferenza inscritta si ricava notando che i triangoli ADC e CEF sono simili.

Dimostrazione

- L'angolo  $\alpha$  e l'angolo  $\alpha'$  sono congruenti perché retti
- L'angolo  $\beta$  è in comune
- L'angolo  $\gamma$  è congruente all'angolo  $\gamma'$  in quanto in un triangolo la somma degli angoli interni è un angolo piatto per cui date le ampiezze di due angoli quella del terzo angolo è determinata.

Per il 1° criterio di similitudine ADC e CEF sono simili

Da questa constatazione si ricava la seguente proporzione

$$AD^1 : EF^2 = CD^3 : CF^4$$

CF si ottiene, come si vede dalla figura, dalla differenza tra AC e AD in quanto  $AD = AF$ .

Dalla proporzione si ricava che

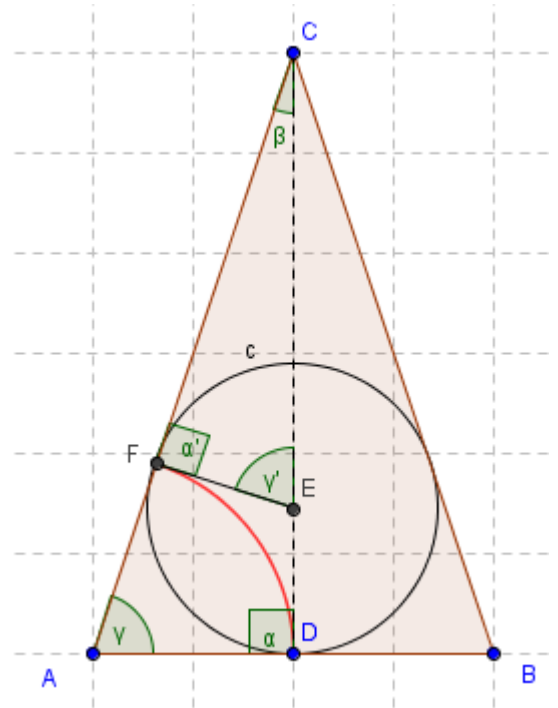
$$EF = \frac{AD \cdot CF}{CD}$$

Per cui se indico con  $r$  il raggio della circonferenza inscritta, con  $l$  uno dei due lati congruenti del triangolo isoscele, con  $b$  la base del triangolo e con  $h$  l'altezza si ottiene

$$r = \frac{\frac{b}{2} \cdot \left(l - \frac{b}{2}\right)}{h}$$

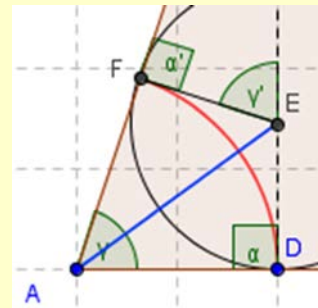
e anche che

$$h = \frac{\frac{b}{2} \cdot \left(l - \frac{b}{2}\right)}{r}$$



### Dimostrazione di $AD = AF$

Questa dimostrazione si basa sui criteri di eguaglianza dei triangoli



I triangoli ADE e AEF hanno il lato AE in comune, i lati DE e EF uguali perché raggi della circonferenza inscritta, l'angolo  $\widehat{ADE} = \widehat{EFA}$  perché retti, l'angolo  $\widehat{FDE} = \widehat{EAD}$  perché il segmento AE appartiene alla bisettrice dell'angolo  $\widehat{DAF}$  e, di conseguenza, l'angolo  $\widehat{AED} = \widehat{AEF}$ . Dato che due triangoli che abbiano uguali due lati (nel nostro caso AE e EF = ED) e l'angolo compreso ( $\widehat{AED} = \widehat{AEF}$ ) sono uguali (1° criterio di eguaglianza) i segmenti AD e AF sono congruenti.

[File Geogebra allegato per la costruzione](#)

<sup>1</sup> Cateto minore di ADC

<sup>2</sup> Cateto minore di CEF

<sup>3</sup> Cateto maggiore di ADC

<sup>4</sup> Cateto maggiore di CEF